Induktivitäten in der täglichen Amateur - Praxis

Mitteilungen aus dem Institut
für Umwelttechnik
Nonnweiler-Saar
Dr. Schau
DL3LH

Vorwort

In Anpassnetzwerken, Kopplern und Filtern kommen Induktivitäten zur Anwendung. Die Induktivität ist ein passives elektrisches Bauelement mit der Fähigkeit elektrische Energie zu speichern. Die gespeicherte Energie ist proportional zum Quadrat des fließenden Stromes und einer Proportionalitätskonstante, die als Induktivität L bezeichnet wird. Je größer der Wert der Induktivität ist, umso mehr Energie kann sie speichern. Die Gleichung

$$W = \frac{1}{2} L I_m^2 \qquad \text{(Gl.1)}$$

zeigt den Zusammenhang und hat eine duale Form zum Energieinhalt einer Kapazität. Die Induktivität wird in nH, µH, mH oder H angegeben und hat die Dimension (Zeit mal Widerstand, in der Einheit Ohm mal Sekunde).

Beispiel

In einer Induktivität von 1 H fließt ein Strom von 10 A. Welche Energie ist gespeichert? Nach (Gl.1) wird $W = \frac{1}{2}\ 1 * H\ (10A)^2 = 50$ Ws. Ein Magnetfeld kann gewaltige Energien beinhalten, wie aus der Technik der Elektromotoren bekannt.
Wird die Spule abgeschaltet und baut sich das Magnetfeld innerhalb einer Zeit von t = 0.001s ab, dann entsteht nach der Beziehung $u_L = L\ di/dt$ die enorm hohe Spannung von $u_L = 1\ H * 10A/0.001s = 10.000\ V = 10$ KV.

1. Induktivität einer Luftspule

Die Berechnung der Induktivität einer beliebigen Spulenanordnung ist aufwändig und nur mit Näherungen möglich. Die einfachste Methode ist wickeln und messen. Damit man bei der Planung des Platzes in Anpassschaltungen eine Übersicht hat, sei Tab. 1 eine einfache Hilfe. Die berechneten Werte haben für Amateurzwecke ausreichende Genauigkeit. Wer mehr wissen will und eine exakte Berechnung braucht, sei auf /11/ verwiesen.

Durchmesser in mm Spulenlänge in mm	**10**	**15**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**	**100**
10	0.68	1.30	2.11	3.8	5.6	7.6	9.6	11.6	13.7	15.8	17.9
20	0.40	0.83	1.40	2.7	4.2	5.8	7.5	9.4	11.3	13.2	15.1
30	0.28	0.60	1.01	2.0	3.3	4.7	6.2	7.9	9.6	11.3	13.1
40	0.22	0.47	0.80	1.7	2.7	**3.9**	5.3	6.8	8.3	9.9	11.6
50	0.18	0.39	0.67	1.4	2.3	**3.4**	4.6	5.9	7.3	8.8	10.4
60	0.15	0.33	0.57	1.2	2.0	3.0	4.1	5.3	6.6	8.0	9.4
70	0.13	0.29	0.50	1.1	1.8	2.7	3.7	4.8	6.0	7.2	8.6
80	0.12	0.26	0.44	1.0	1.6	2.4	3.3	4.3	5.4	6.6	7.9
90	0.10	0.23	0.44	0.9	1.5	2.2	3.0	4.0	5.0	6.1	7.3
100	0.095	0.21	0.36	0.8	1.3	2.0	2.8	3.7	4.7	5.7	6.8

Tab. 1 Normierte Induktivität Lo (µH) einer Luftspule für N = 10 Windungen

Die Induktivität einer idealen Spule berechnet sich aus dem Zusammenhang

$$L = k\ \mu o\ A\ N^2 / l \qquad \text{(Gl.2)}$$

wobei k der Korrekturfaktor für eine Spule endlicher Länge der Tab. 2 entnommen werden kann.

Der Korrekturfaktor ist abhängig vom Verhältnis mittlerer Durchmesser D zur Länge l. A ist die Spulenfläche.

Durchmesser zu Länge D/l	k	Durchmesser zu Länge D/l	k	Durchmesser zu Länge D/l	k
0.0	1.000	1.0	0.688	3.5	0.394
0.1	0.959	1.1	0.667	4.0	0.365
0.2	0.920	1.2	0.648	4.5	0.341
0.3	0.884	1.4	0.611	5.0	0.320
0.4	0.850	1.6	0.580	6.0	0.285
0.5	0.818	1.8	0.551	7.0	0.258
0.6	0.789	2.0	0.526	8.0	0.237
0.7	0.761	2.5	0.472	9.0	0.219
0.8	0.735	3.0	0.429	10.0	0.203
0.9	0.711	3.5	0.394		

Tab. 2: Korrekturfaktor k für eine Luftspule endlicher Länge

Wichtig ist nur die Kenntnis, dass der Wert der Induktivität mit dem Quadrat der Windungsanzahl N steigt. Deshalb ist in Tab. 1 die Induktivität in der normierten Form pro (10 Windungen)^2 berechnet. Bei von 10 Windungen abweichender Windungszahl berechnet sich die Induktivität aus der Beziehung

$$L = 0.01\ Lo\ N^2, \qquad \text{(Gl.3)}$$

wobei Lo der Induktivitätswert nach Tab. 1 und N die Anzahl der Windungen ist.

Beispiel 1.1

Wir haben in einem Anpassgerät eine Spule mit dem mittleren Durchmesser D = 50 mm. Die Länge der Spule ist 40 mm. Wir zählen 13 Windungen. Welche Induktivität hat die Luftspule?
Aus Tab. 1. erhalten wir bei einem Durchmesser 50 mm und der Länge l = 40 mm den Wert 3,9 µH pro (10 Windungen zum Quadrat).

Mit (Gl 3) berechnen wir mit ausreichender Genauigkeit eine Induktivität von L = 3.9 uH (13)^2 / 100 = 6.59 uH.

Beispiel 1.2

Wir benötigen eine Induktivität von L = 34 µH und haben einen Wickelkörper von a = 46 mm zur Verfügung. Der Drahtdurchmesser ist d = 4 mm. Der mittlere Durchmesser ist somit D = (46 + 4) mm = 50 mm. Wie viele Windungen brauchen wir bei einer Spulenlänge von l = 50 mm? Aus Tab. 1 erhalten wir den Wert Lo = 3.4 µH / (10 Windungen)^2 Durch Umstellung der (Gl 3) erhalten wir $N = 10 \sqrt{L/Lo} = 10 \sqrt{34/3.4} = 10 \sqrt{10} = 31.62$ Windungen. Wir nehmen 32 Windungen und rechnen rückwärts nach (Gl 3) und erhalten mit ausreichender Genauigkeit L = (3.4/100 uH) (32)^2 = 34.81 uH.

2. Verluste einer Induktivität

Jede Induktivität hat Verluste durch den ohmschen Widerstand des Materials, den Skin-Effekt /10/ und den Proximity-Effekt, der bei engem Wicklungsabstand auftritt und die Verluste um ca. 30 % erhöht. Die Verluste werden durch die Leerlauf-Güte der Spule beschrieben, die definiert ist als

$$Q = X_L / Rv = \omega L / Rv \qquad \text{(Gl.4)}$$

und ist das Verhältnis von induktivem Widerstand zum Reihenwiderstand Rv nach Bild 1.
Für Anpassnetzwerke werden Induktivitäten möglichst hoher Leerlaufgüte benötigt. Es gibt optimale Spulen mit einem passenden Verhältnis von Durchmesser zu Länge, die hohe Güten gewährleisten. Hier sei auf /12/ verwiesen.

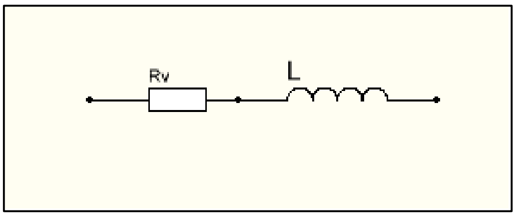

Bild 1: Serienersatzschaltung einer Induk – tivität für tiefe Frequenzen

Die Güten von Luftspulen liegen in der Größenordnung 100 bis 300. In besonders exakten Ausführungen können jedoch Güten bis 1000 erreicht werden. Für die Güte spielt die Oberflächenrauhigkeit eine wichtige Rolle. Polierte und vergoldete und versilberte Oberflächen sind Voraussetzung für eine hohe Güte.

In hochfrequenten Anwendungen fließt der Strom nur in einer dünnen Schicht unterhalb der Oberfläche /10/. Spulendrähte mit rechteckigem Querschnitt (das Verhältnis von Höhe zu Breite ist genau einzuhalten) haben rund 10 % weniger Verluste, als runde Querschnitte. Bei kleinen Leistungen sicherlich ohne Bedeutung, doch bei höheren Leistungen ganz wesentlich.

Beispiel 2.1

Wie hoch ist der Verlustwiderstand der unter Beispiel 1.2 berechneten Induktivität einer angenommenen Güte von Q = 100 bei der Frequenz f = 3,6 MHz?

Nach (Gl.4) berechnet sich der Verlustwiderstand $Rv = \omega L / Q = 2 \pi 3.6 \; 10^6 \; 34{,}81 \; \mu H / 100 \; s = 7{,}87 \; \Omega$. Bei einem hochfrequenten Strom von I = 8 A ist der Verlust der Induktivität $Pv = I^2 R = (8A)^2 * 7.87 \; \Omega = 503{,}68$ W, immerhin - ein Verlust von rund einem halben Kilowatt. Ströme von 8 A und mehr treten leicht bei Anpassschaltungen in Pi-Form auf /11/. Diese enorme Wärme muss abgeführt werden, sonst lötet sich die Spule bei längerem Betrieb von selbst aus der Schaltung aus. Daher werden in leistungsstarken Sendern die Spulen mit Wasser gekühlt /11/.

3. Blindstrom durch eine Induktivität

Der Blindstrom durch eine verlustfreie Induktivität berechnet sich bei sinusförmigen Vorgängen aus dem ohmschen Gesetz in komplexer Schreibweise zu

$$\underline{I} = \underline{U} / \; j \omega L = - j \; \underline{U} / \omega L \qquad \text{(Gl.5)}$$

Der Zeiger - j zeigt an, dass der Strom der Spannung um 90 Grad nacheilt. (MKSA System).
Der Phasenwinkel zwischen Spannung an der Induktivität und Strom durch die Induktivität ist 90 Grad.

Beispiel 3.1

An der verlustlosen Induktivität nach Beispiel 1.2 (L = 34,81 µH) liegt bei f = 3.6 MHz eine Spannung von 2000 Veff an. Wie hoch ist der Blindstrom durch die Induktivität? Aus (Gl.5) berechnet sich der Betrag zu $| \underline{I} | = 2000 \; V / (2 \pi \; 3.6 \; 10^6 \; 34.81 \; \mu H) = 2.54 \; A_{eff}$.

4. Blindleistung einer Induktivität

Spannung und Strom sind bei der verlustlosen Induktivität 90 Grad in der Phase verschoben. Betrachtet man die Momentanleistung P(t) = u(t) * i(t) dann zeigt sich, das diese in der ersten Viertelperiode negativ wird, da Strom und Spannung verschiedenes Vorzeichen haben. In der zweiten Viertelperiode wird die Augenblicksleistung dagegen positiv, da Strom und Spannung gleiches Vorzeichen haben.

Das Vorzeichen der Leistung wechselt von Viertelperiode zu Viertelperiode d.h. der Generator gibt in einer Viertelperiode Leistung ab und nimmt in der nächsten die gleiche wieder auf. Es pendelt also Leistung ständig zwischen Generator und Last hin und her, deren Mittelwert Null ist. Diese Leistung wird als Blindleistung bezeichnet. Die Induktivität speichert zwischendurch die Energie nach (Gl 1) und gibt diese dann wieder ab. Der Vorgang läuft so lange, wie die Induktivität am Generator angeschaltet ist.

Das Produkt aus Spannung und Strom an einer Induktivität ist eine reine Blindleistung und berechnet sich zu

$$P_b = U_b * I_b \qquad \text{(Gl.6)}$$

Beispiel 4.1

An einer Induktivität von L = 1,07 µH in einer Pi-Anpassschaltung liegt bei der Frequenz f = 7.05 MHz eine Spitzen-Spannung von Umax = 2379 V. Der Effektivwert der Spannung ist Ueff = U_{max} / √2 = 1682,20 V. Der induktive Widerstand bei der Frequenz f = 7,05 MHz ist X_L = 47,392 Ω. Daraus berechnet sich der Blindstrom zu I_b = U / X_L = 1682.20V/47.392 Ω = 35,49 A und die Blindleistung nach (Gl.6) wird Pb = 1682,20 V * 35,39 A = 59710,43 Var = 59,710 K(ilo)Var.

Blindelemente in Anpassnetzwerken müssen enorme Blindleistungen verkraften können, obwohl der Koppler selbst nur für wenige Watt ausgelegt ist. Bei einer verlustbehafteten Induktivität berechnet sich der Strom durch die Induktivität aus dem Ohmschen Gesetz zu

$$\underline{I} = \underline{U} / (R + j\,\omega\,L) \qquad \text{(Gl.7)}$$

und hat einen Phasenwinkel zwischen Spannung und Strom von weniger als 90 Grad. Der Ergänzungswinkel zum Phasenwinkel φ ist der Verlustwinkel δ. Es gilt immer δ + φ = 90 Grad.

Dabei ist der Tangens des Verlustwinkels tan δ = Rv / | ω L |. Für R = 0 wird δ = 0 und die Induktivität ist verlustlos.

Für den Verlustwinkel gilt somit auch

$$Q = X_L / Rv = 1/\tan(\delta). \qquad \text{(Gl.8)}$$

Für kleine Verlustwinkel δ gilt tan(δ) ≈ δ und ist das Verhältnis von Wirkleistung zu Blindleistung. Die Impedanz einer unbekannten Induktivität $\underline{Z}$ = R + jX kann mittels bekannter Geräte wie AEI, Vectronics, RF1, HP 4260 A, HP 4800 A, HP 4815 für die relevanten Frequenzen direkt bestimmt werden.

Beispiel 4.2

Die Induktivität (L = 1,07 µH) nach Beispiel 4.1 habe bei der Frequenz f = 7,05 MHz eine Güte von Q = 100. Der Serienverlustwiderstand berechnet sich zu Rv = ω L/Q = 2 π 7.05 10^{-6} 1,07 µH/100 = 0,4739 Ω. Daraus errechnet sich mit der Spitzen-spannung von 2379 V der komplexe Strom nach (G.7) zu $\underline{I}$eff = $\underline{U}$ / (R + j ω L) = (2379 V/√2) / (0.4739 Ω + j 47.39 Ω) = (0,355 – j 35,49) A. Die Verlustleistung am Serienwiderstand wird Pv = $(35{,}49\ A)^2$ * 0,4739 Ω = 597,07 W und die Blindleistung Pb = $(35.49\ A)^2$ 47.39 Ω = 59707 Var = 59,707 K(ilo)Var!

5. Die Induktivität bei höheren Frequenzen

Bei höheren Frequenzen machten sich die schädlichen Wicklungs- und Anschlusskapazitäten bemerkbar. Zusammen mit diesen Kapazitäten wird bei einer bestimmten Frequenz eine Parallelresonanz mit dem Leitwert Null erreicht. Oberhalb der Resonanzfrequenz verhält sich die Induktivität wie ein stromdurchlässiger Kondensator.

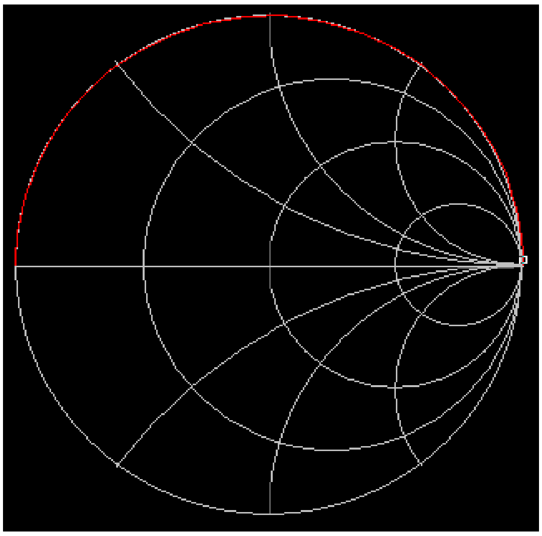

Bild 2: Ideale Induktivität

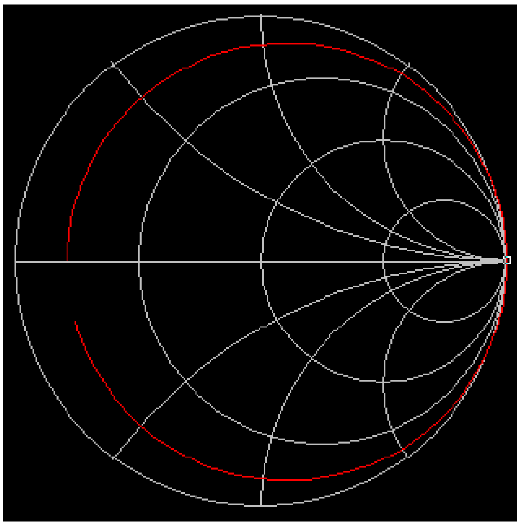

Bild 3: Reale Induktivität

Bild 1 und 2 zeigen den Impedanzverlauf einer idealen (1) und einer realen Induktivität (2). Bei der realen verlustbehafteten Induktivität ist bei tiefen Frequenzen der Verlustwiderstand Rv wirksam, der bei hohen Frequenzen – weit oberhalb der Eigenresonanzfrequenz – wieder erreicht wird. Man sieht deutlich das Verhalten oberhalb der Parallel-Resonanzfrequenz. Die Induktivität wird zum Kondensator, der für Gleichspannung durchlässig ist. Das duale Verhalten zu einer Kapazität weit oberhalb der Eigenresonanz.

6. Das Magnetfeld einer Luftspule

Das magnetische Feld einer Luftspule aus einigen Windungen konzentriert sich hauptsächlich auf das innere Feld des Solenoids. Dennoch besteht ein äußeres Feld, das mit leitenden Materialien oder anderen Spulen koppeln kann. In leitenden Materialien der unmittelbaren Nachbarschaft der Spule werden Wirbelströme erzeugt, die sich als zusätzliche Verluste bemerkbar machen und die Güte verringern. Sind Kopplungen auf andere Spulen unerwünscht, sollte ein Mindestabstand von einem Spulendurchmesser eingehalten und die Spulen zusätzlich um 90 Grad in der Achse versetzt angeordnet werden. Die Eigenschaften gekoppelter Luft-Spulen werden in einer gesonderten Abhandlung beleuchtet. Ein homogenes Magnetfeld innerhalb der Spule kann unter bestimmten geometrischen Voraussetzungen erzeugt werden und dient zu Eichzwecken magnetischer Sonden /1/ und Bild 4. (Helmholtz-Spule)

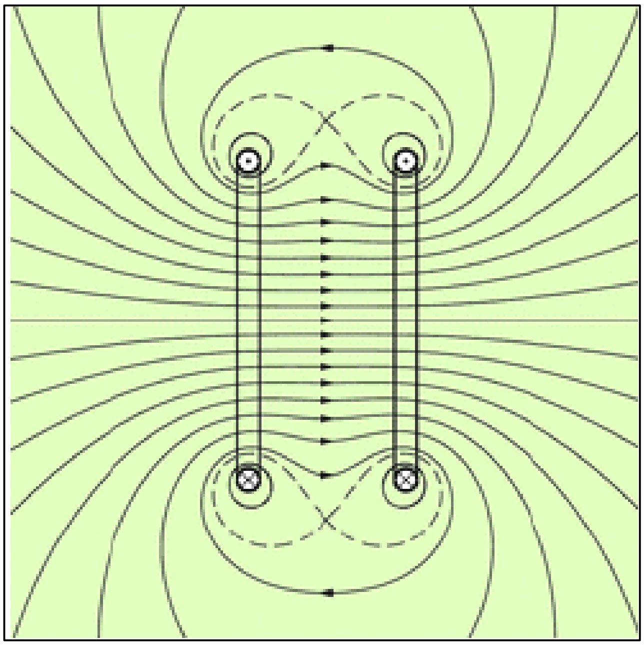

Bild 4. Das magnetische Feld innerhalb einer Helmholtz-Spule

7. Eigenkapazität von Spulen

Spulen bei Hochfrequenz haben neben der Selbstinduktion und der Verluste noch eine verteilte Kapazität. Bei einer Wechselspannung an der Spule treten Verschiebungsströme zwischen benachbarten Spulenwindungen auf. Die diesen dielektrischen Stromwegen entsprechenden Teilkapazitäten können zu einer der Spule parallel geschalteten Eigenkapazität Co zusammengefasst werden. Diese bewirkt, dass bei eine bestimmten Frequenz die Induktivität als Parallelresonanzkreis wirkt. Oberhalb der Eigenresonanzfrequenz wirkt die Spule dann wie eine gleichstromdurchlässige Kapazität.

Die Berechnung der Eigenkapazität ist nur in Sonderfällen möglich. Sie liegt in der Größenordnung von 1…. 10 pF und ist abhängig vom geometrischen Aufbau und der Stromverteilung in der Spule. Die höchste Frequenz, auf die ein Schwingkreis abgestimmt werden kann, ist die Eigenresonanzfrequenz.

Als Faustformel gilt: Die Eigenkapazität einer Spule in pF entspricht etwa dem Spulendurchmesser in cm.

Die Eigenkapazität ist direkt proportional zum Spulendurchmesser D. Wird der Spulendurchmesser 3 mal größer, wird auch die Eigenkapazität 3 mal größer usw.

Die Spulenkapazität Co hat einen relativ hohen Verlustwinkel von tan δ = 5 – 25 %, der von den Materialeigenschaften der Umhüllung des Drahtes abhängig ist. (Lack, Seide usw.)
Daher wird die Güte der Spule umso kleiner, je näher die Betriebsfrequenz an der Eigenresonanzfrequenz liegt.

Bei der Messung einer Induktivität mit einer Frequenz in der Nähe der Eigenresonanzfrequenz wird nicht die wahre Induktivität gemessen, sondern eine höhere.

Die wahre Induktivität berechnet sich aus dem Zusammenhang

$$Lo = L\,[1 - (f/fo)^2] \qquad \text{(Gl.9)}$$

mit f als Betriebs- und fo als Eigenresonanzfrequenz der Spule.
Der scheinbare Widerstand der Spule ist nicht gleich dem wahren Widerstand Ro und ergibt sich aus dem Zusammenhang

$$Ro = R\,[\,1 - (f/fo)^2] \qquad \text{(Gl.10)}$$

und entsprechend der Zusammenhang für die scheinbaren und der wahren Güte

$$Qo = Q \,/\, [\,1 - (f/fo)^2]. \qquad \text{(Gl.11)}$$

Die Gleichungen (9, 10, 11) gelten nur für jede tiefere Frequenz als 80% der Eigenresonanzfrequenz. Die Zusammenhänge sind in /12/ ausführlich behandelt.

8. Spulen geringster Verluste

Will man einlagige Spulen höchster Güte erzeugen, ist das Verhältnis: Durchmesser / Steigung = 0.7 zu wählen. Die Steigung ist der Abstand zweier benachbarter Windungen. Wer mehr wissen will, sei auf /11/ verwiesen.

DL3LH, Walter
wa-schau@t-online.de
dl3lh@gmx.de
www.heide-holst.de

Literatur

/1/ „ Die Antenne macht die Musik “, DL3LH
/2/ „ Antennenmesstechnik I - VIII “, DL3LH
/3/ „ Mythos Balun “, DL3LH
/4/ „ Mythos Resonante Antenne “, DL3LH
/5/ „ CLC-Hochpass Filter “ DL3LH
/6/ „ Das Pi-Filter mit Verlusten “, DL3LH
/7/ „ Passive Netzwerke zur Anpassung “, DL3LH
/8/ „ Leistungsendstufen im Kurzwellenbereich “, DL3LH
/9/ „ Skin-Effekt “, DL3LH
/10/ „ Ströme, Spannungen und Verluste in Anpassschaltungen „ DL3LH
/11/ „ Lehrbuch der Hochfrequenztechnik “, Zinke Brunswig
/12/ „ Die Anodendrossel in Endstufen mit Röhren“, DL3LH